

MATHEMATIKName: **Lösungen**

Vorname: _____

<i>Aufgabe Nr.</i>	<i>Teilaufgaben</i>	<i>maximale Punkte</i>	<i>erreichte Punkte</i>
1	a), b)	5	
2	a), b)	7	
3	a), b)	6	
4		5	
5		5	
6	a), b), c)	9	
7		8	
Gesamtpunktzahl		45	

Note

Die Experten: 1. _____

2. _____

Rahmenbedingungen:

- Zeit: 60 Minuten.
- Das Benutzen eines Taschenrechners ist erlaubt.
- Nicht erlaubt sind CAS – Taschenrechner oder programmierbare Taschenrechner.
- Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein. Bei fehlendem Lösungsweg werden keine Punkte zugeordnet.
- Die Resultate müssen doppelt unterstrichen, bzw. die Fragen mit einem Satz beantworten werden.
- Nicht erlaubt ist das Lösen der Aufgaben mit Bleistift.

MATHEMATIK**Aufgabe 1****(5 Punkte)**

- a) Vereinfachen Sie den nachfolgenden Term so weit als möglich:

(2 Punkte)

$$15a - ((3a - 6b) - c) - (5b - (20a - 4c)) =$$

pro Fehler -1

$$15a - 3a + 6b + c - 5b + 20a - 4c = \underline{\underline{32a + b - 3c}}$$

- b) Vereinfachen Sie den nachfolgenden Term so weit als möglich.

(3 Punkte)

$$\begin{aligned} (3x - 5y)^2 + 2(5y + 3x)^2 - (2x - 3y)(3y + 2x) &= \\ 9x^2 - 30xy + 25y^2 + 2(9x^2 + 30xy + 25y^2) - (4x^2 - 9y^2) &= \\ 9x^2 - 30xy + 25y^2 + 18x^2 + 60xy + 50y^2 - 4x^2 + 9y^2 &= \\ \underline{\underline{23x^2 + 30xy + 84y^2}} \end{aligned}$$

pro Fehler -1

Aufgabe 2**(7 Punkte)**

- a) Fassen Sie zu einem möglichst einfachen Bruch zusammen:

(3 Punkte)

$$\begin{aligned} \frac{4a - 2}{2a + 4} - \frac{8a - 7}{6a + 12} - \frac{2a - 5}{10a + 20} &= \\ \frac{4a - 2}{60a - 30} - \frac{8a - 7}{40a - 35} - \frac{2a - 5}{6a - 15} &= \\ \frac{30(a + 2)}{60a - 30} - \frac{30(a + 2)}{40a - 35} - \frac{30(a + 2)}{6a - 15} &= \\ \frac{30(a + 2)}{60a - 30 - 40a + 35 - 6a + 15} &= \end{aligned}$$

pro Fehler -1

$$\frac{14a + 20}{30(a + 2)} = \frac{2(7a + 10)}{30(a + 2)} = \underline{\underline{\frac{7a + 10}{15(a + 2)}}} \text{ oder } \underline{\underline{\frac{7a + 10}{15a + 30}}}$$

- b) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit als möglich:

(4 Punkte)

$$\frac{(2b+10) \cdot 4}{6c} : \left(\frac{16}{b^2-25} \cdot \frac{b^2-10b+25}{36c^2} \right) =$$

$$\frac{(2b+10) \cdot 2}{3c} : \left(\frac{16}{(b+5)(b-5)} \cdot \frac{(b-5)^2}{36c^2} \right) =$$

$$\frac{4(b+5)}{3c} \cdot \frac{9c^2(b+5)}{4(b-5)} = \underline{\underline{\frac{3c(b+5)^2}{(b-5)}}}$$

pro Fehler -1

Aufgabe 3**(6 Punkte)**

- a) Lösen Sie die folgende Gleichung in
- \mathbb{Q}
- nach x auf. Das Resultat soll als Bruch dargestellt sein.

$$\frac{6x}{4} - \frac{9}{21} = \frac{7}{28} - \frac{5x+8}{14} \quad | \cdot 28$$

(3 Punkte)

$$42x - 12 = 7 - (10x + 16) \quad | + 10x + 12$$

$$52x = 3$$

$$x = \underline{\underline{\frac{3}{52}}}$$

pro Fehler -1
Resultat nicht Bruch - ½

- b) Lösen Sie die folgende Gleichung in
- \mathbb{Q}
- nach x auf.

(3 Punkte)

$$\frac{2x^2 + 2x}{x+1} : \frac{3}{2} = 12$$

$$\frac{2x(x+1)}{x+1} \cdot \frac{2}{3} = 12$$

$$\frac{4x}{3} = 12 \quad | \cdot \frac{3}{4}$$

$$\underline{\underline{x = 9}}$$

pro Fehler -1

Aufgabe 4**(5 Punkte)**

Von zwei natürlichen Zahlen weiss man folgendes:

- Ihre Summe beträgt 20
- Addiert man zur ersten der beiden Zahlen 2 und subtrahiert von der zweiten 2, so wird das Produkt der beiden Zahlen um 8 grösser als das ursprüngliche Produkt.

Lösen Sie mit Hilfe einer Gleichung. Notieren Sie zuerst die Bedeutung der Variablen, die Sie wählen.

x = erste Zahl

x + zweite Zahl = 20 \rightarrow zweite Zahl = 20 - x

$$(x + 2) \cdot (20 - x - 2) = x \cdot (20 - x) + 8$$

$$(x + 2) \cdot (18 - x) = 20x - x^2 + 8$$

$$18x - x^2 + 36 - 2x = 20x - x^2 + 8 \quad | + x^2 - 16x - 8$$

$$28 = 4x$$

$$x = 7$$

Die erste Zahl ist 7, die zweite 13.

Variablendeklaration	1
Gleichung und Auflösung	3
Resultat 1	1
Alternative Lösung ohne Gleichung	2

Aufgabe 5**(5 Punkte)**

Ein Hobbyfotograf kauft sich eine neue Kamera. Dafür will er seine alte Kamera eintauschen und nur noch den Aufpreis bezahlen. Ein Foto-Video-Fachgeschäft akzeptiert dies und übernimmt seine alte Kamera.

Das Geschäft kann die Occasion einem anderen Kunden mit 25 % Gewinn verkaufen. Diesem ist die Kamera letztlich aber doch zu kompliziert und er verkauft sie mit 15 % Verlust für CHF 8'075.– weiter.

Wieviel hat das Fotofachgeschäft dem ersten Kunden für seine Occasion bezahlt?

Weiterverkauf: Verlust 15 % \rightarrow 85 % \rightarrow 8'705; 100% \rightarrow 9'500

Verkaufspreis der Occasion an Kunden: CHF 9'500

Angerechneter Preis: Gewinn 25% \rightarrow 125 % \rightarrow 9'500; 100 % \rightarrow 7'600

Das Fotofachgeschäft hat dem erstem Kunden CHF 7'600.– für die gebrauchte Kamera bezahlt.

Alternative Lösung:

x = angerechneter Preis für Occasion in CHF

$$x \cdot 1.25 \cdot 0.85 = 8075 \quad | : (1.25 \cdot 0.85)$$

$$x = 7600$$

Oder weitere ...

Lösung nachvollziehbar	4
<i>Zweiter Preis (9'500)</i>	<i>2</i>
<i>Erster Preis (7'600)</i>	<i>2</i>
Schlussatz	1

Aufgabe 6**(9 Punkte)**

In einer Metallwaren-Fabrik stellen zwei Stanzmaschinen die gleichen Kleinteile her. Die ältere Maschine wirft in 40 Minuten 1'200 fertige Kleinteile aus, die neuere in 30 Minuten 1'000 Stück.

An einem normalen Arbeitstag arbeiten die beiden Maschinen ununterbrochen von 08.00 Uhr bis 15.45 Uhr.

- a) Wie viele Kleinteile produzieren die beiden Maschinen insgesamt zusammen an einem normalen Arbeitstag? (3 Punkte)

Leistungen: ältere Maschine: $P = \frac{1000}{30} = \frac{100}{3} \text{ Stück/min oder } 2'000 \text{ Stück/h}$

neuere Maschine: $P = \frac{1200}{40} = 30 \text{ Stück/min oder } 1'800 \text{ Stück/h}$

Zeit: 08:00 – 15:45 → 7 h 45 min oder 465 min

Produktion/Tag: $465 \cdot \left(\frac{100}{3} + 30\right) = 29'450 \text{ Stück oder } 7.75 \cdot (2000 + 1800) = 29'450$

Pro Tag produzieren die zwei Maschinen zusammen 29'450 Kleinteile.

**pro Fehler
1**

- b) Um wie viel Uhr haben die beiden Maschinen an einem normalen Arbeitstag jeweils zusammen 4'750 Kleinteile produziert? (2 Punkte)

$$x \left(\frac{100}{3} + 30 \right) = 4'750 \quad | : \left(\frac{100}{3} + 30 \right)$$

$$x = 75 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$$

**pro Fehler -1
keine Gleichung
erforderlich**

Die beiden Maschinen haben jeweils um 09:15 Uhr 4'750 Kleinteile produziert.

- c) An einem Tag steigt die neuere Maschine plötzlich um 12:00 Uhr aus und kann an diesem Tag nicht mehr in Betrieb genommen werden. Bis wann (genaue Uhrzeit) muss die ältere Maschine weiter produzieren, damit die normale Tagesproduktion eingehalten werden kann?

Falls Sie unter a) keine Lösung erhalten haben, gehen Sie für diese Aufgabe von einer Tagesproduktion von 25'010 Kleinteilen aus. (4 Punkte)

Bis 12:00 h → 4 h oder 240 min → $240 \left(\frac{100}{3} + 30 \right) = 15'200 \text{ oder}$

$$4 \cdot (2000 + 1800) = 15'200$$

Noch zu produzieren: $29'450 - 15'200 = 14'250 \text{ Stück}$

Ältere Maschine: $14'250 : 30 = 475 \text{ min} = 7 \text{ h } 55 \text{ min}$

Produktion bis Ziel: $12:00 \text{ h} + 7 \text{ h } 55 \text{ min} \rightarrow 19:55 \text{ Uhr}$

Die ältere Maschine muss bis 19:55 Uhr produzieren, bis das tägliche Produktionsziel erreicht ist.

**pro Fehler -1
Lösungsweg
muss nachvoll-
ziehbar sein**

Alternativer Weg, wenn bei a) kein Resultat erreicht ist:

Noch zu produzieren: $25'010 - 15'200 = 9'810 \text{ Stück}$

Ältere Maschine: $9'810 : 30 = 327 \text{ min} = 5 \text{ h } 27 \text{ min}$

Produktion bis Ziel: $12:00 \text{ h} + 5 \text{ h } 27 \text{ min} \rightarrow 17:27 \text{ Uhr}$

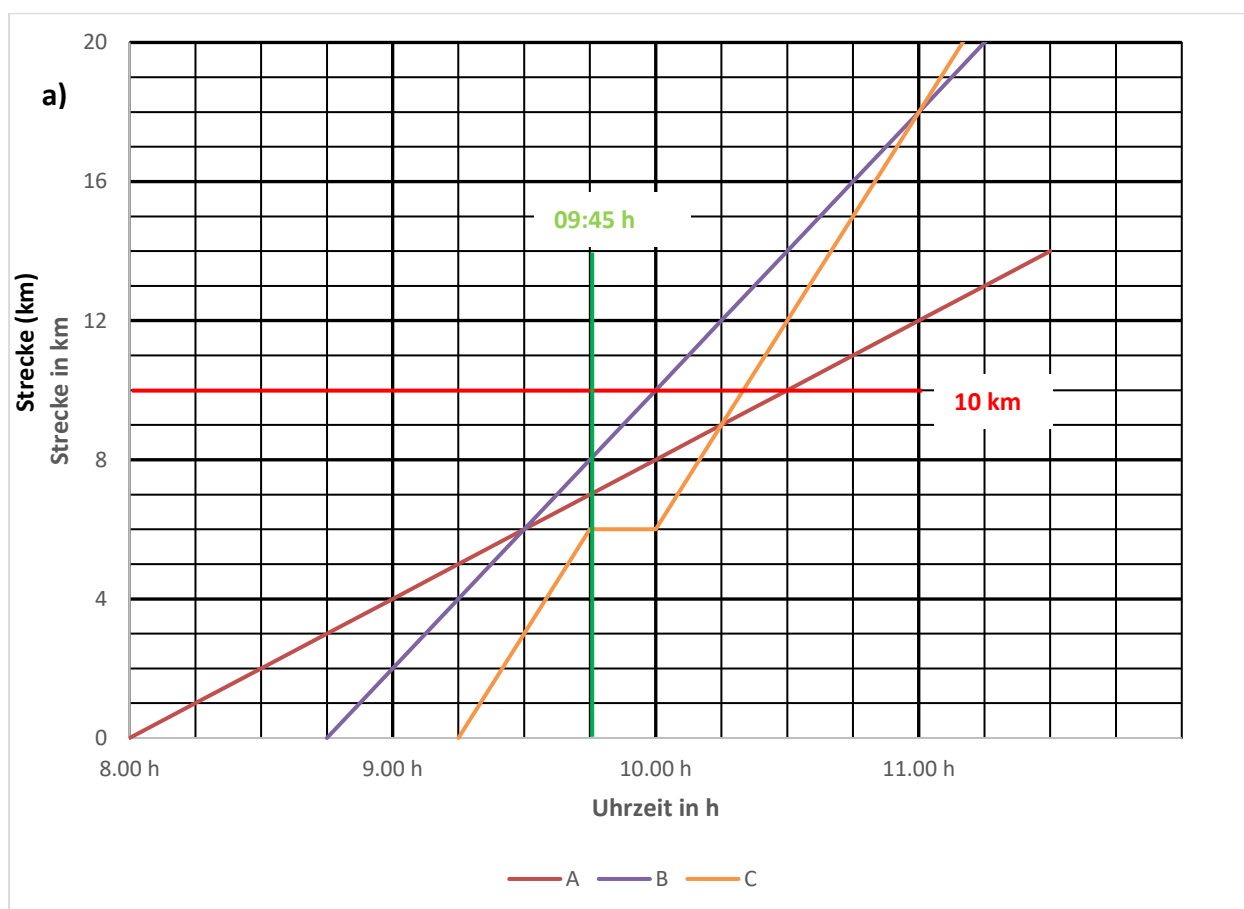
Die ältere Maschine muss bis 17:27 Uhr produzieren, bis das tägliche Produktionsziel erreicht ist.

Aufgabe 7**(8 Punkte)**

Drei Frauen (A, B und C) legen die gleiche Strecke (10 km) in die gleiche Richtung zurück.

Frau A spaziert um 8:00 Uhr mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h los. Frau B joggt mit einer Geschwindigkeit von 8 km/h, startet aber erst um 8:45 Uhr. Frau C fährt mit dem Fahrrad mit einer Geschwindigkeit von 12 km/h und startet 30 Minuten nach Frau B. Nach einer Fahrt von 30 Minuten hat sie einen Defekt, der sie zu einer Pause von 15 Minuten zwingt. Anschliessend setzt sie ihre Fahrt mit der gleichen Geschwindigkeit fort.

- Zeichnen Sie für die Frauen A, B und C je einen Graphen. (1, 1, 2 Punkte)
- Bestimmen Sie aus den Graphen, wann A, B und C das Ziel erreichen. (2 Punkte)
- Bestimmen Sie aus den Graphen, wie weit A um 9:45 Uhr von B und B von C voneinander entfernt sind. (2 Punkte)



- A erreicht das Ziel um 10:30 h, B um 10:00 h und um C: 10:20 h.
- A ist um 09:45 h 1 km von B und diese 1 km von C entfernt

Achtung:
Aufgabe b) und c) nach individueller Lösung a) korrigieren